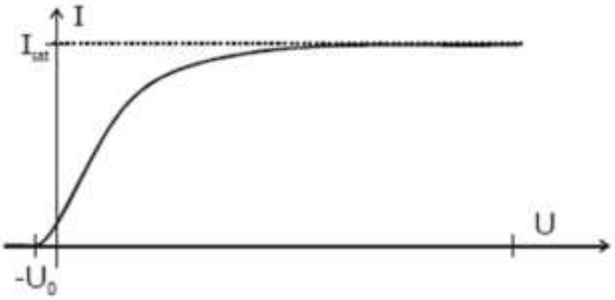
Révision physique atomique

I. Effet photoélectrique

La photocathode C (recouverte d'une pellicule de césium) d'une cellule photoélectrique à vide est éclairée par une radiation monochromatique de fréquence $\nu = 8{,}21\times10^{14}$ Hz et de puissance lumineuse efficace P = 0,550 W. Le graphe ci-dessous représente la caractéristique de la cellule, c'est-à-dire, la variation de l'intensité I du courant photoélectrique en fonction de la tension U_{AC} (notée simplement U) appliquée entre l'anode et la cathode.



L'intensité du courant de saturation de cette cellule est I_{sat} = 1,00 mA et U_0 = 1,47 V.

a) **i.** Représenter un schéma annoté afin de montrer comment on est capable de mesurer le courant photoélectrique et la différence de potentiel entre la photocathode et l'anode collectrice.

ii. Pourquoi un courant traverse la cellule alors que U = 0,00 V ?

iii. Pourquoi l'intensité du courant atteint une valeur de saturation lorsque U augmente ?

iv. Expliquer ce que représente U_0.

b) Exprimer puis calculer **:**

i. La vitesse maximale, v_{max}, des électrons émis par la photocathode.

ii. La valeur λ_0 de longueur d'onde seuil de la cellule.

iii. Le nombre n_P de photons frappant la photocathode par seconde.

iv. Le nombre n_e d'électrons émis par la photocathode en une seconde lorsque l'intensité du courant vaut I_{sat}.

v. Le rendement quantique $\eta = \frac{n_e}{n_p} \times 100$ de la cellule.

c) Comment varie l'intensité I_{sat} du courant de saturation lorsque l'intensité lumineuse de la lumière incidente augmente ? Justifier la réponse.

d) Les données suivantes concernant les longueurs d'onde λ de la lumière incidente et les tensions U_0 correspondantes ont été obtenues expérimentalement avec cette cellule.

λ (nm)	366	405	436	492	546
ν (Hz)					
U_0 (V)	1,48	1,15	0,92	0,62	0,35

i. Compléter le tableau et tracer le graphe donnant U_0 (en V) en fonction de la fréquence ν (en Hz) de la lumière incidente.

ii. Donner l'équation de la représentation graphique.

iii. Déterminer, à partir de cette équation, la fréquence seuil de cette cellule.

iv. Déterminer, à partir de cette équation, le travail d'extraction W_0 en eV.

v. Déduire, à partir de cette équation, une valeur pour la constante de Planck. Conclure.

Données :

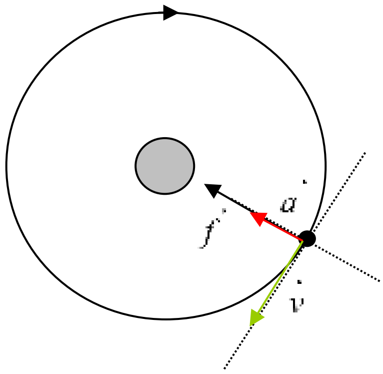
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00\times10^{8}$ m.s^{-1}

Constante de Planck : $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J.s

Charge électrique élémentaire *:* $e = 1{,}60\times10^{-19}$ C

Masse de l'électron : $m = 9{,}11\times10^{-31}$ kg

II. Le modèle de Rutherford : modèle planétaire



Dans le modèle établi par Rutherford, l'atome est décrit comme formé un électron ayant un mouvement circulaire, de rayon r, autour du noyau constitué d'un proton. La force électrostatique subie par l'électron est dirigée selon la droite proton-électron, attractive, de valeur :

$$f = K \cdot \frac{e^2}{r^2} \qquad \text{avec } K=8{,}988.10^9 \text{ S.I.}$$

1. Déterminer la vitesse v de l'électron sur l'orbite électronique de rayon r en fonction de K, e, v et m dans le modèle de Rutherford

2. Rappeler l'hypothèse de Bohr et la relation entre λ et r

3. En utilisant la dualité onde-corpuscule, en déduire l'expression des vitesses v_n sur l'orbite r_n.

4. En égalisant les vitesses exprimées par Rutherford et Bohr, déterminer l'expression de rn en fonction de des constantes K, H, m et n.

5. Calculer le rayon de Bohr pour lequel $n = 1$.

6. Exprimer l'énergie cinétique d'un électron en fonction de K, e et r_n .

7. Exprimer son énergie mécanique E en fonction de K, e, r, sachant que son énergie potentielle est $E_p = -K \cdot \frac{e^2}{r_n}$.

8. Déterminer l'expression de E_n, énergie mécanique de l'électron sur le cercle de rayon r_n, en fonction des mêmes paramètres. Calculer E_1 en Joules puis en électron-volt (On rappelle que 1eV correspond à $1{,}6.10^{-19}$J).

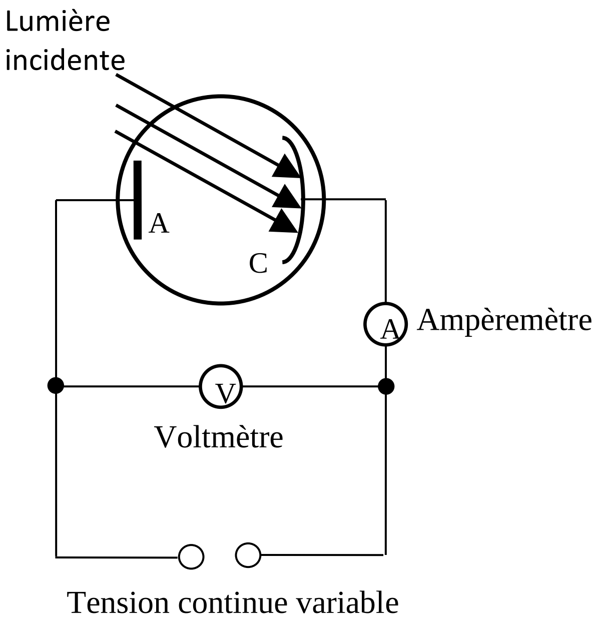
9. Montrer que $E_n = \frac{E_1}{n^2}$

10. On considère la transition du niveau d'énergie E_p vers le niveau E_m de l'atome d'hydrogène, tel que $E_p > E_m$. Exprimer la perte d'énergie de l'atome lors de cette transition, en fonction de E_0, m et p.

11. En considérant que cette énergie est libérée sous la forme d'un quantum d'énergie, montrer que la longueur d'onde de la lumière émise peut s'exprimer sous la forme :
    $\frac{1}{\lambda} = \left| R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2} \right) \right|$
    où R_H est appelé constante de Rydberg ; exprimer cette constante en fonction de E_0, h, et c. Calculer sa valeur.

Correction

a) i.



ii. Parmi les électrons émis par la cathode, seuls ceux qui possèdent une énergie cinétique suffisante atteignent l'anode, d'où l'existence d'un courant électrique de l'anode vers la cathode <u>même en l'absence de tension aux bornes de la cellule</u>.

iii. Lorsque la tension U augmente, l'intensité I augmente et tend vers une limite appelée intensité de saturation I_{sat}. Dans ce cas, <u>tous les électrons</u> (*ou photoélectrons*) émis par la cathode sont alors captés par l'anode. Cette intensité de saturation ne dépend que de l'intensité lumineuse incidente mais ne dépend pas des valeurs supérieures de U.

iv. **U_0** : potentiel d'arrêt ou tension d'arrêt. Pour annuler l'intensité du courant, on applique une tension négative aux bornes de la cellule telle que $U_{AC} = -U_0$. Il s'agit de freiner les électrons éjectés de la cathode (même ceux qui possèdent la plus grande vitesse) pour qu'ils arrivent à l'anode avec une vitesse nulle. Dans ce cas l'intensité du courant devient nulle.

b)

i. Application du théorème de l'énergie cinétique entre C et A :

$\Delta E_C = \underset{C\to A}{W}\left(\vec{F_e}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 == q.(V_C - V_A)$

À l'anode, <u>la vitesse est nulle</u> et $V_C - V_A = U_0$

donc $-\frac{1}{2}mv_C^2 = -e.U_0$ soit $v_C = \sqrt{\frac{2.e.U_0}{m}}$

<u>**AN**</u> **:** $v_c = \sqrt{\frac{2\times 1{,}60.10^{-19}\times 1{,}47}{9{,}11.10^{-31}}} = 7{,}19.10^5$ m.s^{-1}

ii. Il n'y a d'effet photoélectrique que si : $h.\nu > h.\nu_0$. $\Leftrightarrow \nu > \nu_0 \Leftrightarrow \lambda < \lambda_0$

L'excès d'énergie est alors converti en énergie cinétique.

$E_{C\max} = e.U_0 = h.(\nu - \nu_0) = h.\nu - W_0$ $\qquad h.\nu_0 = h.\nu - e.U_0$

$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ D'où $h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = h\nu - eU_0$ soit $\lambda_0 = \frac{h.c}{h.\nu - e.U_0}$

<u>**AN**</u> **:** $\lambda_0 = \frac{3{,}00.10^8\times 6{,}63.10^{-34}}{8{,}21.10^{14}\times 6{,}63.10^{-34} - 1{,}60.10^{-19}\times 1{,}47} = 6{,}43.10^{-7}m = 643nm$

iii. L´expression de la puissance lumineuse est : $P = \frac{E_{lum}}{\Delta t} = \frac{n_p.h.\nu}{\Delta t}$

$n_p = \frac{P.\Delta t}{h.\nu}$ AVEC $\Delta t = 1s$ <u>AN</u> : $n_p = \frac{0{,}550\times 1}{6{,}63.10^{-34}\times 8{,}21.10^{14}} = 1{,}01.10^{18}$ photons en 1 seconde

iv. L´expression l´intensité de saturation est : $I_{sat} = \frac{|Q|}{\Delta t} = \frac{n_e.e}{\Delta t}$

Donc $n_e = \frac{I_{sat}.\Delta t}{e}$ avec $\Delta t = 1s$

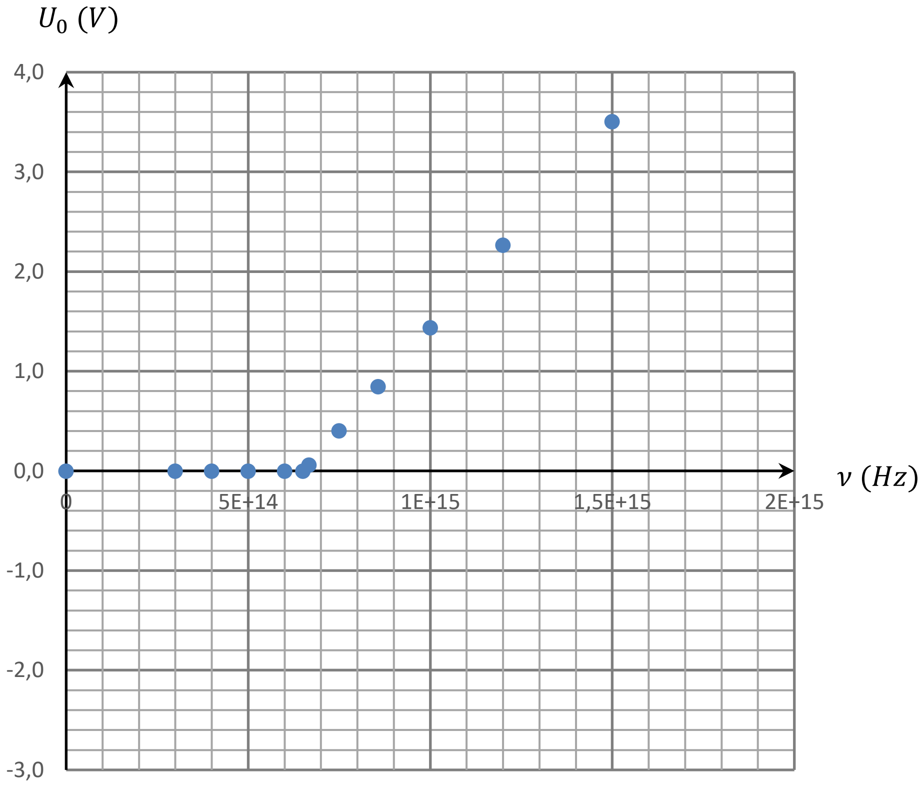
<u>AN</u> : $n_e = \frac{1{,}00.10^{-3} \times 1}{1{,}60.10^{-19}} = 6{,}25.10^{15}$ électrons en 1 seconde

v. Le rendement quantique : $\eta = \frac{n_e}{n_p} \times 100 = \frac{6{,}25.10^{15}}{1{,}01.10^{18}} \times 100 = 0{,}619\%$

c) L'intensité de saturation est proportionnelle au nombre de photons frappant la cathode en une seconde. Si l'intensité de la lumière incidente augmente, n_p augmente et I_{sat} croît dans les mêmes proportions.
Finalement, I_{sat} est proportionnelle à la puissance du faisceau lumineux.

d) **i.** $\nu = \frac{c}{\lambda}$

λ (nm)	366	405	436	492	546
ν (Hz)	**$8{,}20.10^{14}$**	**$7{,}41.10^{14}$**	**$6{,}88.10^{14}$**	**$6{,}10.10^{14}$**	**$5{,}50.10^{14}$**
U_0 (V)	1,48	1,15	0,92	0,62	0,35



ii. On a établi au **b)ii** : $e.U_0 = h.(\nu - \nu_0) = h.\nu - W_0$ d'où $U_0 = \frac{h}{e}.\nu - \frac{W_0}{e}$

$$U_0 = 4{,}16.10^{-15}.\nu - 1{,}93$$

iii. Pour $U_0 = 0$ alors **$\nu = \nu_0$ donc** $0 = \frac{h}{e}.\nu_0 - \frac{W_0}{e} \Leftrightarrow 0 = 4{,}16.10^{-15}.\nu_0 - 1{,}93$

<u>AN</u> : $\nu_0 = \frac{1{,}93}{4{,}16.10^{-15}} = 4{,}64.10^{14}$ Hz

<u>Remarque</u> : $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3{,}00.10^8}{4{,}64.10^{14}} = 6{,}46.10^{-7} = 646nm$ (valeur proche de celle obtenue au **b).ii**)

iv. $W_0 = h.\nu_0$ **(en J) et** $W_0 = \frac{h.\nu_0}{e}$ **(en eV)**

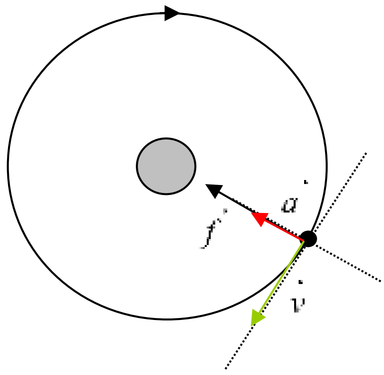
<u>AN</u> : <u>Travail d'extraction en eV</u> = $\frac{W_0}{e} = 1{,}93$ **eV**

v. $\frac{h}{e} = 4{,}16.10^{-15} \Rightarrow h = 4{,}16.10^{-15} \times e$

<u>AN</u> : $h = 4{,}16.10^{-15} \times 1{,}60.10^{-19} = 6{,}66.10^{-34} J.s$

Écart relatif : $\frac{|6{,}63.10^{-34} - 6{,}66.10^{-34}|}{6{,}63.10^{-34}} \times 100 = 0{,}4\%$

III. Le modèle de Rutherford : modèle planétaire



Dans le modèle établi par Rutherford, l'atome est décrit comme formé un électron ayant un mouvement circulaire, de rayon r, autour du noyau constitué d'un proton. La force électrostatique subie par l'électron est dirigée selon la droite proton-électron, attractive, de valeur :

$$f = K \cdot \frac{e^2}{r^2} \qquad \text{avec } K=8{,}988.10^9 \text{ S.I.}$$

12. Déterminer la vitesse v de l'électron sur l'orbite électronique de rayon r en fonction de K, e, v et m dans le modèle de Rutherford

Bilan des forces : La seule force s'exerçant sur l'électron est la force d'interaction électrostatique $\vec{f}$

Coordonnées de $\vec{f}$ dans le repère mobile de Frénet :

$$\vec{f}\left|\begin{array}{l} 0 \\ f = K \cdot \frac{e^2}{r^2} \end{array}\right.$$

D'après la deuxième loi de Newton

$$\vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

D'où $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}$ D'où $\frac{v^2}{r} = \frac{K \cdot e^2}{m \cdot r^2}$ soit $v = \sqrt{\frac{K \cdot e^2}{m \cdot r}}$

13. Rappeler l'hypothèse de Bohr et la relation entre v et r

En associant une onde à un électron, il déduit que les électrons sont uniquement localisés sur des orbites où l'onde associée à chaque électron interfère de façon constructive avec elle-même.
En conséquence les électrons ne peuvent qu'occuper des orbites pour lesquelles l'onde qui leur est associée est en phase avec elle-même en tous les points de ces orbites.

$$2\pi r_n = n\lambda$$

14. En utilisant la dualité onde-corpuscule, en déduire l'expression des vitesses v_n sur l'orbite r_n.

Avec $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v_n}$ $\qquad v_n = n \cdot \frac{h}{2\pi m r_n}$

avec v_n est la vitesse de l'électron sur le cercle de rayon r_n

15. En égalisant les vitesses exprimées par Rutherford et Bohr, déterminer l'expression de rn en fonction de des constantes K, H, m et n.

D'après l'expression établie plus haut : $v_n = \sqrt{\frac{K \cdot e^2}{m \cdot r_n}}$

D'où $\sqrt{\frac{K \cdot e^2}{m \cdot r_n}} = n \cdot \frac{h}{2\pi m r_n}$

Soit $\sqrt{\frac{K \cdot e^2 \cdot r_n}{m}} = n \cdot \frac{h}{2\pi m}$ ou encore $\frac{K \cdot e^2 \cdot r_n}{m} = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 m^2}$

soit $r_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 K} \cdot \frac{1}{m \cdot e^2}$

16. Calculer le rayon de Bohr pour lequel $n = 1$.

Pour n=1 : $r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 K} \cdot \frac{1}{m \cdot e^2}$ d'où $r_n = n^2 \cdot r_1$

A.N. $r_1 = \frac{(6{,}63.10^{-34})^2}{4\pi^2 \times 8{,}988.10^9} \cdot \frac{1}{9{,}11.10^{-31} \times (1{,}60.10^{-19})^2} = 5{,}30.10^{-11} m$

17. Exprimer l'énergie cinétique d'un électron en fonction de K, e et r_n .

$Ec = \frac{1}{2}mv_n^2 = \frac{1}{2}m \cdot \frac{K \cdot e^2}{m \cdot r_n} = K \cdot \frac{e^2}{2r_n}$

18. Exprimer son énergie mécanique E en fonction de K, e, r, sachant que son énergie potentielle est $E_p = -K \cdot \frac{e^2}{r_n}$.

$E = E_p + Ec = -K \cdot \frac{e^2}{2r_n}$ Tapez une équation ici.

19. Déterminer l'expression de E_n, énergie mécanique de l'électron sur le cercle de rayon r_n, en fonction des mêmes paramètres. Calculer E_1 en Joules puis en électron-volt (On rappelle que 1eV correspond à $1{,}6.10^{-19}$J).

Pour l'électron sur le rayon n : $E_n = -K \cdot \frac{e^2}{2r_n}$

soit $E_n = -K \cdot \frac{e^2}{2} \cdot \frac{4\pi^2 K \cdot m \cdot e^2}{n^2 \cdot h^2}$

ou encore $E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{2\pi^2 K^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2}$

E_1 : énergie du niveau n=1 $E_1 = -\frac{2\pi^2 K^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2}$

avec $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

on obtient $E_1 = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$

A.N. $E_1 = -\frac{9{,}11.10^{-31} \times (1{,}60 \cdot 10^{-19})^4}{8 \times (8{,}85 \times 10^{-12})^2 \times (6{,}63.10^{-34})^2} = -2{,}17.10^{-18} J$

soit E_1=-13,6 eV

20. Montrer que $E_n = \frac{E_1}{n^2}$

$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{2\pi^2 K^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2}$ or $E_1 = -\frac{2\pi^2 K^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2}$ d'où $E_n = \frac{E_1}{n^2}$

21. On considère la transition du niveau d'énergie E_p vers le niveau E_m de l'atome d'hydrogène, tel que $E_p > E_m$. Exprimer la perte d'énergie de l'atome lors de cette transition, en fonction de E_0, m et p.

$E_p = -\frac{E_0}{p^2}$ et $E_m = -\frac{E_0}{m^2}$ $\Delta E = E_m - E_p = -\frac{E_0}{m^2} + \frac{E_0}{p^2} = E_0 \cdot \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2}\right)$

22. En considérant que cette énergie est libérée sous la forme d'un quantum d'énergie, montrer que la longueur d'onde de la lumière émise peut s'exprimer sous la forme :

$\frac{1}{\lambda} = \left|R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2}\right)\right|$

où R_H est appelé constante de Rydberg ; exprimer cette constante en fonction de E_0, h, et c. Calculer sa valeur.

L'énergie libérée sous forme de quantum se traduit par : $|\Delta \mathrm{E}| = \frac{\mathrm{h \cdot c}}{\lambda}$

$\left|\mathrm{E_0} \cdot \left(\frac{1}{\mathrm{p^2}} - \frac{1}{\mathrm{m^2}}\right)\right| = \frac{\mathrm{h \cdot c}}{\lambda}$ d'où $\frac{1}{\lambda} = \left|\frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{h \cdot c}} \cdot \left(\frac{1}{\mathrm{p^2}} - \frac{1}{\mathrm{m^2}}\right)\right|$ et donc $\mathrm{R_H} = \frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{h \cdot c}}$

A.N. $\mathrm{R_H} = \frac{13{,}6 \times 1{,}60.10^{-19}}{6{,}62618.10^{-34} \times 3{,}00.10^8} = 1{,}10.10^7 \mathrm{m^{-1}}$

constante de Rydberg = 10 973 731,6 m^{-1}