LE PRINCIPE D'INDÉTERMINATION DE HEISENBERG

I. Enoncé du principe d'incertitude d'Heisenberg ou principe d'indétermination d'Heisenberg :

Le principe d'incertitude de Heisenberg fixe certaines limites à la précision avec laquelle la position et l'impulsion d'une particule peuvent être simultanément spécifiées. Ces limites ne sont pas simplement dues à des techniques de mesure imprécises : ce sont des limites fondamentales imposées par la nature et il n'est pas possible de les « contourner ».

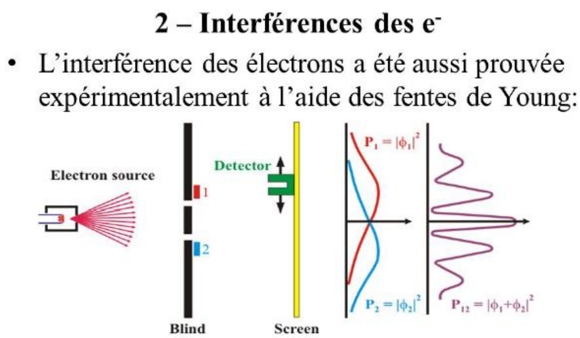
Le principe d'incertitude annonce que la position et la quantité de mouvement ne peuvent pas être connues avec précision simultanément : si Δx est l'incertitude sur la position de la particule, et Δp l'incertitude sur la quantité de mouvement, alors :

$$\Delta \boldsymbol{p} \times \Delta \boldsymbol{x} \geq \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{4\pi}}$$

L'équation indique que Δp et Δx ne peuvent pas tous deux être petits. Si l'un des deux est petit, l'autre doit être grand, pour que leur produit soit supérieur ou égal à h/4π.
Par exemple, si la position d'une particule est connue avec précision, de sorte que Δx est nul, alors Δp, s'avère avoir une valeur "infiniment grande" et donc la quantité de mouvement de la particule est complètement indéterminée.
Au contraire, si l'on suppose que Δp est nul, alors c'est Δx qui prend une valeur « infiniment grande » et la position de la particule est complètement indéterminée.

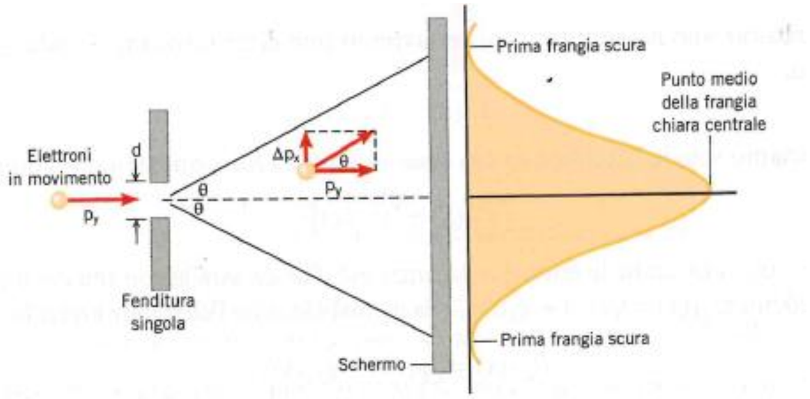
II. Approche du principe d'indétermination :

L'expérience des interférences d'électrons à l'aide des fentes d'Young montre qu'il est impossible de prédire exactement quel point de l'écran atteindra un électron unique car il n'est plus possible d'affirmer, comme le suggèrent les lois de Newton, qu'un électron, envoyé contre la double fente, suit une trajectoire précise. Tout ce qu'on peut faire, c'est indiquer la probabilité que l'électron arrive à un certain point.



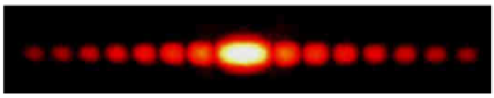
Seul le comportement moyen d'un grand nombre de particules est prévisible, alors que le comportement d'une seule particule ne peut être déterminé a priori.

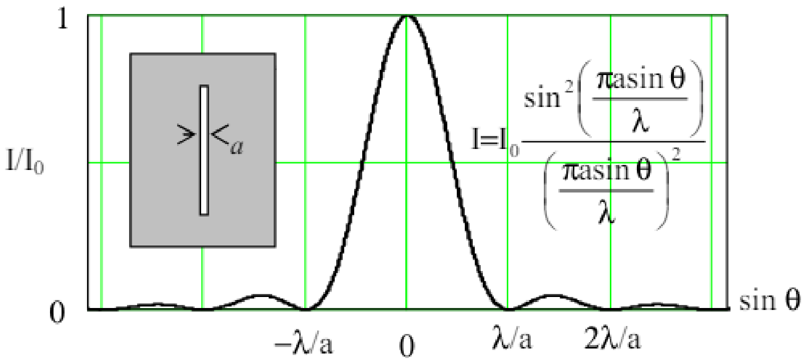
Pour mieux analyser la nature de cette incertitude, considérons des électrons envoyés à travers une seule fente.



Lorsqu'un nombre suffisamment important d'électrons atteint l'écran, apparait une figure de diffraction analogue à celle associée à la diffraction de la lumière.

Pour atteindre les points appartenant à la tache centrale, certains électrons doivent avoir acquis une composante le long de l'axe x de quantité de mouvement, bien qu'ils aient atteint la fente en se déplaçant le long de l'axe y. ils manquent donc d'une quantité de mouvement initiale le long de l'axe x. Δp_x est la différence entre la quantité de mouvement maximale suivant x acquise par l'électron lorsqu'il a traversé la fente, 0 étant la valeur de la quantité de mouvement avant de la traverser. Δp_x représente donc l'**indétermination** de la composante x de la quantité de mouvement, car cette composante peut prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et Δp_x.
Il est possible de relier Δp_x à la largeur a de la fente. Dans le cas de la diffraction par une fente de largeur a, l'angle qui permet de localiser les taches sombres est donnée par $\sin \theta = k\frac{\lambda}{a}$


Profil diffracté



L'angle qui localise la première tache sombre est obtenue pour $k = 1$ soit $\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$.
Si on considère que cet angle est petit (écran éloigné de la fente), alors $\sin \theta = \tan \theta = \frac{\lambda}{a}$.

Or d'après la figure représentant les composantes de la quantité de mouvement $\tan \theta = \frac{\Delta p_x}{p_y}$

Or $p_y = \frac{h}{\lambda}$ (équivalence particule-onde de De Broglie)
donc $\frac{\Delta p_x}{p_y} = \frac{\Delta p_x}{\frac{h}{\lambda}}$

En conséquence : $\frac{\Delta p_x}{\frac{h}{\lambda}} = \frac{\lambda}{a}$ soit $\Delta p_x = \frac{h}{a}$
On constate que plus la largeur de la fente est petite, plus l'indétermination de la composante x de la quantité de mouvement de l'électron est grande.

Heisenberg a été le premier à émettre l'hypothèse que l'incertitude Δp_x est liée à l'incertitude sur la composante x de la position de l'électron passant à travers la fente. Puisque l'électron peut traverser la fente de largeur a en tout point, l'incertitude sur la composante x de la position de l'électron est $\Delta x = a$.

On arrive donc à $\Delta p_x = \frac{h}{\Delta x}$
soit $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$

Le résultat obtenu dans le cas d'une expérience de diffraction peut être généralisé et prend la forme d'un principe, dit principe d'incertitude (ou principe d'indétermination) :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

où Δx est l'incertitude sur la composante x de la position d'une particule
et Δp_x est l'incertitude sur la composante x de l'impulsion de la particule.

III. Interprétation du principe d'indétermination dans le cas d'ondes associées aux particules :

Si Δp est important, cela signifie que l'onde associée à la particule est indéfinie et possède une incertitude sur la fréquence Δf proportionnelle à Δp :

En effet :

Calcul d'incertitude (info pratique) :

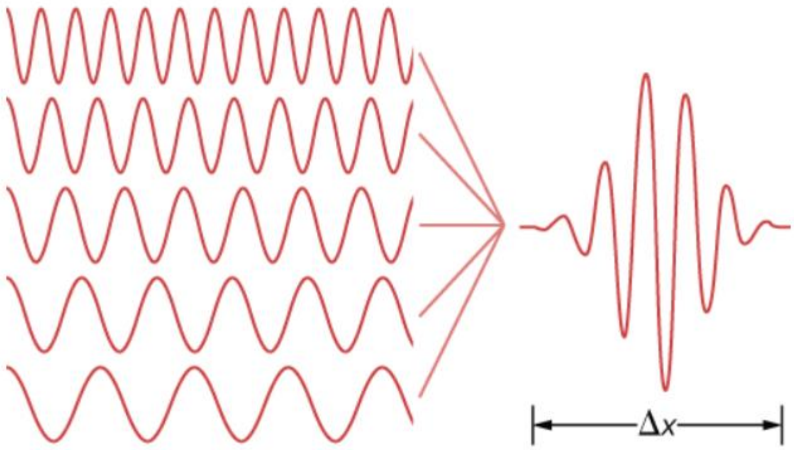
si $A = B \cdot C$ ou si $A = \frac{B}{C}$ alors $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$

Conséquence : incertitude sur la longueur d'onde

$\lambda = \frac{h}{p}$ soit $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta p}{p}$

et donc $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{p} \cdot \Delta p$

Les différentes fréquences correspondent à l'incertitude sur la quantité de mouvement.



Paquet d'onde décrivant la particule, résultant de la superposition de toutes les ondes

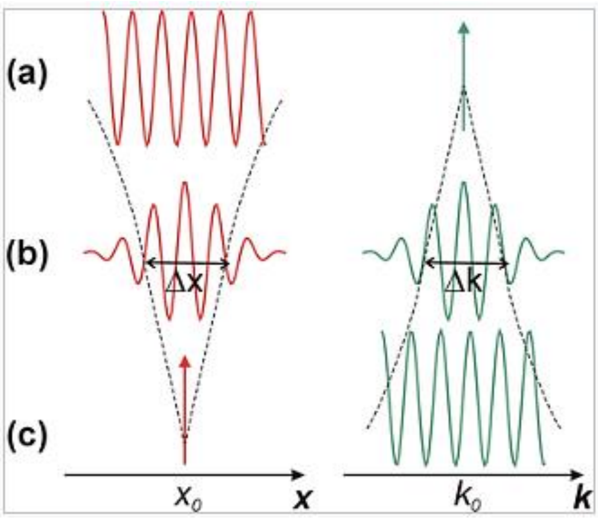
L'addition de plusieurs ondes planes de différentes longueurs d'onde peut produire une onde relativement localisée définie par un <u>paquet d'onde</u>.

Sur le graphe ci-contre sont représentées des fonctions d'onde décrivant la position (x_0) ou la quantité de mouvement (k_0) de (a) une onde, (b) un paquet d'ondes, (c) un corpuscule.

Lorsque l'onde possède une fréquence bien définie, sa quantité de mouvement est définie mais elle ne l'est pas localisé dans l'espace (cas (a)).

A l'inverse, lorsque le corpuscule est localisé il n'a pas de fréquence déterminée. (cas (b)).

Le cas général est celle du paquet d'ondes qui est distribué en fréquence Δk comme en espace Δx.



IV. Applications et conséquences :

1. Supposons que la position d'un corps le long de la direction x soit connue avec une telle précision qu'elle conduit à une incertitude sur la position égale à seulement $\Delta x = 1{,}5 \times 10^{-11} m$
   Déterminer l'incertitude minimale sur la quantité de mouvement du corps et établir l'incertitude minimale correspondante sur la vitesse du corps s'il s'agit d'un électron ($m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$).
   Refaire le même calcul si le corps est une balle de ping-pong de masse $2{,}2 \cdot 10^{-3} kg$.
   Interpréter les résultats obtenus.

2. Conséquence : mise en défaut du modèle atomique de Bohr :

3. Un électron est piégé à l'intérieur d'une sphère d'un diamètre de $6{,}0 \times 10^{-15} m$ (environ la taille d'un noyau d'oxygène). Calculer l'incertitude minimale sur la quantité de mouvement de l'électron ?

4. Dans les poumons se trouvent de petits sacs aériens appelés alvéoles. Le diamètre moyen d'un de ces sacs est de 0,25 mm. Considérons une molécule d'oxygène (masse $5{,}3 \times 10^{-26}\ kg$) piégée dans un sac. Calculer l'incertitude minimale sur la vitesse de la molécule d'oxygène.

5. L'incertitude minimale Δx à la position x d'une particule est égale à sa longueur d'onde de De Broglie. Déterminer l'incertitude relative minimale sur la vitesse de la particule ($\frac{\Delta v}{v}$).

6. Un faisceau de particules traverse une fente de 0,200 mm de large (figure 15 du chapitre). La longueur d'onde de Broglie de chaque particule est de 633 nm. Après avoir traversé la fente, le faisceau de particules s'élargit avec une certaine ouverture angulaire θ. Utilisez le principe d'incertitude de Heisenberg pour déterminer l'ouverture minimale.

7. À l'intérieur d'un accélérateur de particules linéaire, on cherche à mesurer la vitesse et la position d'un électron. On obtient la position avec une incertitude de $\Delta x = 1{,}2 \times 10^{-12}\ m$.
   Calculez l'incertitude minimale sur la vitesse de l'électron.
   Si l'électron était un ballon de masse 400 g, quelle incertitude sur la vitesse obtiendrait-on ?

V. Principe d'indétermination de l'énergie :

Il existe également un principe d'incertitude concernant l'énergie et le temps : $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$
où ΔE est l'incertitude sur l'énergie d'une particule qui se trouve dans un état donné
et Δt est l'incertitude sur l'intervalle de temps pendant lequel la particule reste dans cet état.

L'incertitude sur l'énergie d'une particule dans un certain état est d'autant plus grande que la particule reste longtemps dans cet état.

Démonstration

Exemples :

1. Un atome excité émet un photon d'énergie E = 3,0 eV en un temps Δt de l'ordre de 10^{-8} s.
   Quel est le pourcentage d'incertitude sur l'énergie du photon émis ?
   Remarque : la durée d'émission correspond au temps maximal pendant lequel l'atome reste dans son état excité.

2. Un noyau excité émet un photon d'énergie E = 0,8 MeV en un temps Δt de l'ordre de 10^{-20} s.
   Quel est le pourcentage d'incertitude sur l'énergie du photon émis ?

3. Un atome de rubidium excité revient à son état fondamental en émettant un photon de longueur d'onde = 0,78 μm au bout d'un temps moyen $t = 2{,}7 \times 10^{-8}\ s$, appelé vie moyenne de l'état excité.

a. Calculer en eV l'énergie du photon émis.
b. Évaluer en eV la dispersion en énergie $\mathcal{E}$ du photon émis.
   L'énergie du photon est-elle connue avec précision ?