# Mouvement des planètes et des satellites dans le champ gravitationnel

## Mouvement des planètes : Lois de Képler

|  |  |
| --- | --- |
| « Johannes Kepler, né le 27 décembre 1571 à Weil der Stadt, près de Stuttgart (Allemagne), mort le 15 novembre 1630 à Ratisbonne, est un astronome célèbre. Il a étudié et confirmé l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic. Il a également découvert que les trajectoires des planètes n’étaient pas des cercles parfaits centrés sur le Soleil mais des ellipses. En outre, il a énoncé les lois (dites lois de Kepler) qui régissent les mouvements des planètes sur leurs orbites. » |  |

1ère loi de Képler :   
Les planètes du système solaire décrivent des trajectoires [elliptiques](http://fr.wikipedia.org/wiki/Ellipse_%28math%C3%A9matiques%29) dont le [Soleil](http://fr.wikipedia.org/wiki/Soleil) est un foyer.  
(On limitera notre étude à celle des satellites qui ont une trajectoire circulaire, le cercle étant une ellipse particulière pour laquelle les deux foyers sont confondus).

2ème loi de Képler :

Si S est le Soleil et M une position quelconque d'une planète, l'aire balayée par le segment [SM] entre deux positions C et D est égale à l'aire balayée par ce segment entre deux positions E et F, si la durée qui sépare les positions C et D est égale à la durée qui sépare les positions E et F.  
La vitesse d'une planète devient donc plus grande lorsque la planète se rapproche du soleil. Elle est maximale au voisinage du rayon le plus court ([périhélie](http://fr.wikipedia.org/wiki/P%C3%A9rih%C3%A9lie)), et minimale au voisinage du rayon le plus grand ([aphélie](http://fr.wikipedia.org/wiki/Aph%C3%A9lie)).

C

D

E

F

M

M

S

3ème loi de Képler :

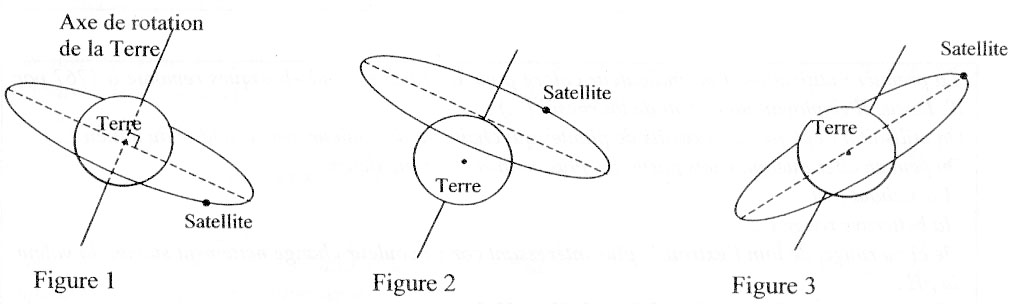
**Le carré de la période des objets en orbite est proportionnel au cube du demi grand axe de leur trajectoire.**

## Cas des satellites en mouvement circulaire :

1. **Trajectoires des satellites :**

On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre.

* Montrer qu’une de ces trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.

  
  
Pour qu’un mouvement soit circulaire, il faut que le vecteur accélération soit radial (suivant le rayon de la trajectoire ; perpendiculaire au vecteur vitesse) et centripète (dirigé vers le centre de la trajectoire) :  
Dans la figure 2, le vecteur accélération donnée par la deuxième loi de Newton n’est ni centripète, ni radial à la trajectoire. Cette trajectoire est donc incompatible avec les lois de la mécanique.

### **Vitesse du satellite :**

### Etablir l’expression de la vitesse du satellite.

* Etablir une expression de la vitesse angulaire du satellite.
* Montrer que ces vitesses sont indépendantes de la masse du satellite et expliquer la notion d’impesanteur.
* Bilan des forces sur le satellite :  
  La seule force s’exerçant sur le satellite est la force d’interaction gravitationnelle   
  Coordonnées de dans le repère mobile de Frénet :  
  où m est la masse du satellite et MT la masse de la Terre (plus généralement de l’astre attracteur)

D’après la deuxième loi de Newton   
   
D’où   
soit

En égalisant les deux expressions de l’accélération :   
 D’où pour la vitesse linéaire  
En remplaçant par , on arrive à

* Expression de l’accélération dans le repère de Frénet :

d’où pour la vitesse angulaire

* On constate que la vitesse du satellite sur son orbite ne dépend pas de sa masse !  
  D’où les phénomènes d’impesanteur… (l’astronaute dans la station en orbite autour de la Terre est satellisé de la même façon que la station ; les deux satellites tournent indépendamment l’un de l’autre à la même vitesse).

## Période du satellite et 3ème loi de Képler :

1. **Démonstration de la loi :**Il s’agit de trouver une expression du type où est une constante dont l’expression est à déterminer.

* 1ère méthode : à partir de l’expression de la vitesse linéaire du satellite :  
  Définition de la période du satellite : durée d’un tour  
     
   soit ou
* 2ème méthode : à partir de l’expression de la vitesse angulaire du satellite :  
   or d’où ou encore

1. **Un satellite géostationnaire est toujours à la verticale d’un même point de la surface de la Terre. On rappelle que le rayon de la Terre est RT=6380km.**

* Parmi les trajectoires possibles en 1.a, quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite géostationnaire ?  
  La trajectoire du satellite doit être inscrite dans le plan équatoriale de la Terre.
* Déterminer l’altitude (à partir du niveau de la mer) à laquelle évolue ce satellite.  
  La période du satellite doit être égale à celle de la Terre.  
  D’où   
  A.N.   
   soit 4,23.104km  
  Et donc zg=4,23.104-6,28.103=3,60.104km  
  Les satellites géostationnaires gravitent à une altitude de 36000km de la Terre.
* Une image contenant objet d’extérieur, étoile, toile, ciel nocturne

  Description générée automatiquementPréciser quels types de satellites sont géostationnaires ?  
    
  L’image ci-dessus a été créée par le photographe allemand Michael Najjar.  
  Il a intitulé son œuvre "Space Debris I", et l’a créée avec l’aide de l’Institut des systèmes aérospatiaux de l’Université technique Carolo-Wilhelmina de Brunswick (Allemagne), les leadeurs dans le monde en ce qui concerne le suivi des débris spatiaux. "Chaque sphérules dans l’image représente un objet réel existant en orbite dans l’espace”, selon Najjar.

A partir de l’image, retrouver l’ordre de grandeur de l’orbite géostationnaire.  
On donne : rayon de la Terre :

## Energie mécanique d’un satellite

* Etablir l’expression de l’énergie cinétique du satellite en fonction de , , , et .  
    
  Energie cinétique du satellite :

### Donner l’expression du potentiel gravitationnel autour de la Terre. En déduire l’expression de l’énergie potentielle d’un satellite de masse gravitant autour de la Terre.

Potentiel gravitationnel :   
 Energie potentiel du satellite :

* Etablir l’expression de l’énergie mécanique totale du satellite en fonction de , , et .  
    
  Energie mécanique :   
  or   
  et   
  d’où

### Etablir les expressions de Ep, Ec et E en fonction de  :

Ep en fonction de m et v : et donc

On en déduit que

Energie mécanique Em

avec et d’où

On a donc les relations suivantes :

* La construction du premier hôtel en orbite autour de la Terre débutera en 2025. L’hôtel sera équipé de restaurants, de cinémas, d'un spa et de salles d'observation pouvant accueillir jusqu'à 400 personnes. L'hôtel, appelé "Voyager Station", sera prêt en 2027 et ressemblera à une grande roue géante qui gravitera autour de la Terre à une hauteur h=500 km au-dessus de la surface de la Terre.   
  La station a une énergie totale de , mais en raison des forces de frottement, on estime que la station perd de l'énergie mécanique au rythme de . En raison de cette perte d'énergie, le rayon de l'orbite diminue, mais l'orbite elle-même peut toujours être considérée circulaire.  
  Calculer la hauteur au-dessus de la surface de la Terre à laquelle se trouverait la station Voyager après un an.  
    
  En 1 année :   
     
  A.N.   
  soit (469 km avec arrondis)

## Vitesse de libération :

On appelle vitesse de libération *vl* la vitesse initiale minimale qu’il faut communiquer à une sonde spatiale pour qu’elle soit libérée de l’attraction de l’astre qui l’attire : **cette vitesse correspond au cas limite où la sonde atteint une vitesse nulle (énergie cinétique nulle) lorsqu’elle n’est plus en interaction avec l’astre (énergie potentielle est nulle) lorsque .**

* En utilisant le théorème de conservation de l’énergie mécanique, établir l’expression de la vitesse de libération d’un objet lancé à partir de la surface de la Terre et la calculer.  
    
  Energie mécanique du système {Terre – Satellite} lorsque la sonde est à la surface de la Terre :  
     
   Avec et   
   D’où

Energie mécanique du système {Terre – Satellite} lorsque la sonde est à l’infini (très éloignée) :

La conservation de l’énergie annonce :   
 D’où   
 soit A.N.   
 La vitesse de libération est de 11100m.s-1 soit 40300km.h-1

* Exprimer la vitesse de libération en fonction de , le champ de gravitation à la surface de la Terre :  
   d’où