

Ondes stationnaires dans un tuyau sonore

Dans un orgue, l'émission sonore est assurée par des tuyaux qui reçoivent à leur base l'air sous pression (le « vent ») venant du sommier. Le plus souvent, les tuyaux ont une position verticale. Chaque tuyau émet un seul son de hauteur et de timbre déterminés.

La hauteur du son émis par un tuyau dépend essentiellement de :

- ☐ sa longueur ;
- ☐ du fait qu'il soit ouvert ou fermé à l'extrémité supérieure ;

Le timbre dépend de

- ☐ la matière (bois ou métal - alliage d'étain et de plomb en général, ou d'autres matériaux plus rares) ;
- ☐ la longueur, déterminant la hauteur du son émis ;
- ☐ le diamètre, qui agit sur le timbre ;
- ☐ la forme, cylindrique, conique, fuselée, carrée, triangulaire ou autre ;
- ☐ l'organe sonore (bouche ou anche respectivement comparables à la clarinette et à la flûte).



1. Voir la page :

Relier ventre/nœud de pression et ventre/nœud de vibration.

https://www.youtube.com/watch?v=pWekXMZJ2zM&ab_channel=JeffRegester

Ventre de pression = nœud de vibration

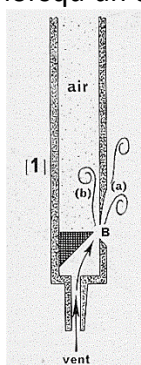
Nœud de pression = ventre de vibration

2. Compléter les phrases suivantes :

- l'extrémité ouverte d'un tuyau sonore correspond à un VENTRE de vibration (et donc un NOEUD de pression)
- l'extrémité fermée d'un tuyau sonore correspond à un NŒUD de vibration (et donc un VENTRE de pression)

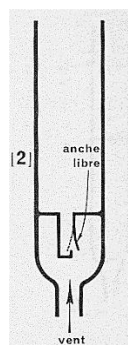
3. Excitation de la colonne d'air :

Les vibrations de l'air à l'embouchure de l'instrument sont créées par des turbulences obtenues lorsqu'un courant d'air rencontre un obstacle :



Excitation par un biseau :

L'air insufflé est dirigé sur un biseau : l'air s'échappe d'un côté et de l'autre du biseau en générant des tourbillons. Le vent engendre des vibrations de l'air.



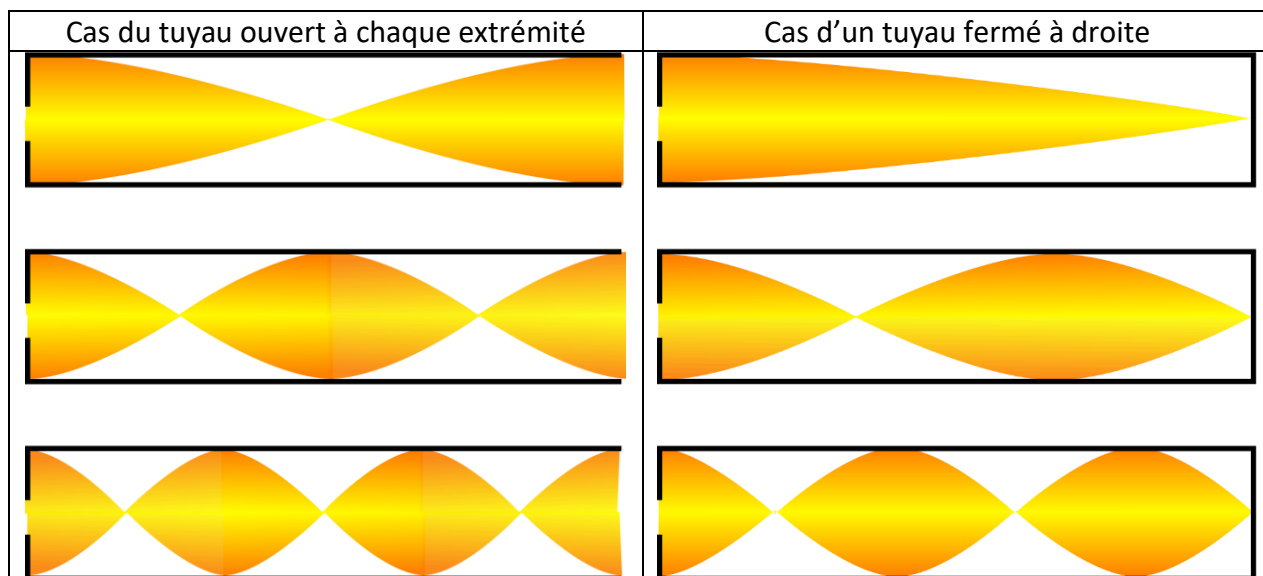
Excitation par une anche :

L'anche, animée par le courant d'air, vibre, en ouvrant, fermant, ouvrant de nouveau, ... Le vent engendre des vibrations de pression.

Dans chaque cas, préciser si l'embouchure de l'instrument correspond à un nœud ou un ventre de vibration, à un nœud ou un ventre de pression. Le tuyau est-il considéré ouvert ou fermé à l'embouchure ?

Biseau : ventre de vibrations (= nœud de pression)	Anche : Ventre de pression => Nœud de vibration
--	--

4. Définir sur les schémas ci-dessous les ventres et nœuds de vibration à chaque extrémité des tuyaux représentés.
Représenter les ventres et nœuds correspondant aux 3 premiers modes propres de vibration de l'air qui satisfont les conditions aux extrémités.



Déterminer la distance entre 2 nœuds consécutifs dans chaque cas : $\frac{\lambda}{2}$

5. Déterminer pour chaque cas la condition d'établissement d'ondes stationnaires dans le tuyau sonore de longueur L .

Cas du tuyau ouvert à chaque extrémité	Cas d'un tuyau fermé à droite
$L = k \cdot \frac{\lambda}{2}$ Avec $k = 1, 2, 3, \dots$	$L = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$ Avec $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

6. Déterminer la fréquence des modes de vibrations dans chaque cas, en fonction de k (entier naturel), L et v (vitesse des ondes sonores).

Cas du tuyau ouvert à chaque extrémité	Cas d'un tuyau fermé à droite
$L = k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{or} \quad \lambda = \frac{c}{f}$ $L = k \cdot \frac{c}{2f}$ $f_k = k \cdot \frac{c}{2L}$	$L = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{or} \quad \lambda = \frac{c}{f}$ $L = (2k + 1) \cdot \frac{c}{4f}$ $f_k = (2k + 1) \cdot \frac{c}{4L}$

7. Exprimer dans chaque cas, les 3 premières fréquences et nommer les harmoniques correspondantes.

Cas du tuyau ouvert à chaque extrémité	Cas d'un tuyau fermé à droite
$f_1 = \frac{c}{2L}$ harmonique fondamentale	$f'_1 = \frac{c}{4L}$ harmonique fondamentale
$f_2 = \frac{c}{L} = 2f_1$ 2 ^{ème} harmonique	$f'_2 = \frac{3c}{4L} = 3f'_1$ 3 ^{ème} harmonique
$f_3 = \frac{3c}{2L} = 3f_1$ 3 ^{ème} harmonique	$f'_3 = \frac{5c}{4L} = 5f'_1$ 5 ^{ème} harmonique

Que constate-t-on dans le cas du tuyau fermé à une des extrémités.
Un tuyau fermé d'un côté ne génère que les harmoniques impaires.

8. Calculer les longueurs des tuyaux qui permettraient d'obtenir un son de fréquence $f = 25 \text{ Hz}$. On supposera que la vitesse du son est $v = 330 \text{ m.s}^{-1}$.

Cas du tuyau ouvert à chaque extrémité	Cas d'un tuyau fermé à droite
$L = \frac{c}{2f_1}$	$L' = \frac{c}{4f_1} = \frac{L}{2}$
A.N. $L = 6,6 \text{ m}$	A.N. $L' = 3,3 \text{ m}$

9. Quel type de tuyau un facteur d'orgue doit-il choisir produire des sons graves ? Des sons aigus ? Justifier les choix en vous appuyant sur les résultats des questions précédentes.

Son grave : généré par des tuyaux fermés car plus court donc plus pratique
Son aigu : généré par des tuyaux ouverts car plus riches en harmoniques

Application

I. Accordage d'une clarinette :

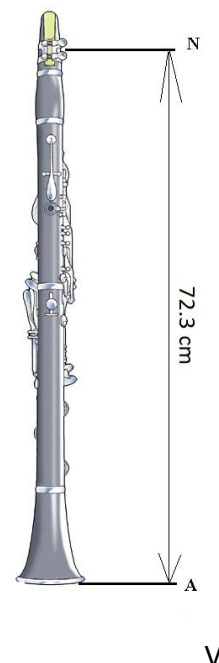
La note la plus basse (le fondamental) est produite par une clarinette lorsque tous les trous sont bouchés par les clés.

On retrouve alors un nœud (N) de vibration à l'embouchure (ou bec) et un ventre de vibration (V) au niveau du pavillon (voir schéma ci-contre). Lors de la première utilisation, on considère que la température de l'air à l'intérieur de la clarinette est $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$.

- i. Montrer que la fréquence du fondamental est $f_1 = 119 \text{ Hz}$.
- ii. Déterminer les fréquences des deux harmoniques qui suivent immédiatement le fondamental (les trous sont toujours bouchés).

Il est nécessaire pour le musicien de retrouver la valeur du fondamental ($f_1 = 119 \text{ Hz}$) pour une autre température de fonctionnement $\theta_2 = 45^\circ\text{C}$.

- iii. Calculer la nouvelle valeur du fondamental produit par la clarinette dans ces conditions de fonctionnement.
- iv. Ceci est réalisable en augmentant la longueur de la clarinette à l'aide d'une bague (le barillet) située juste après le bec.
Calculer la longueur de la bague qu'il faut utiliser pour retrouver le fondamental ($f_1 = 119 \text{ Hz}$).



Données : Célérité du son dans l'air à $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$: $v_{\text{son}} = 343 \text{ m.s}^{-1}$

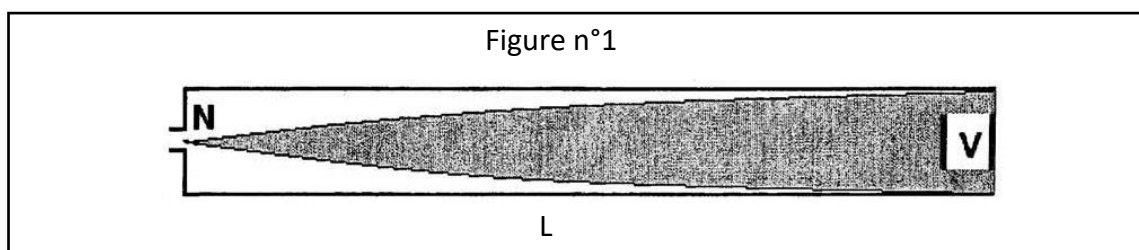
Célérité du son dans l'air à une température $T(\text{K})$: $v_{\text{son}} = k\sqrt{T}$ (k : constante ; T en K)
 $0 \text{ K} = -273^\circ\text{C}$

II. Didjéridoo :

- a. Lorsqu'une onde stationnaire s'établit dans un tuyau sonore, on observe un nœud (N) de vibration à une extrémité si cette extrémité est fermée, et un ventre (V) de vibration si cette extrémité est ouverte.

En simplifiant, on peut représenter le didjéridoo (instrument de musique emblématique du peuple arborigène en forme de trompe étroite en bois d'eucalyptus, évidée par les termites, de longueur supérieure à 1 mètre, elle est devenue emblématique de ce peuple) comme un tuyau sonore de longueur L fermé à une extrémité et ouvert à l'autre.

Pour le mode fondamental de vibration, les positions du ventre et du nœud sont données sur la figure n°1 ci-dessous, schématisant l'amplitude de la vibration sonore.



- i. Les ondes sonores sont-elles des ondes transversales ou longitudinales ? Justifier.
- ii. Exprimer la longueur d'onde λ_1 , en fonction de la longueur L du tuyau.
- iii. En déduire que la fréquence f_1 du mode fondamental s'écrit : $f_1 = \frac{v}{4L}$
- iv. Un enregistrement du son de base d'un didjéridoo (le bourdon) donne l'oscillogramme représenté sur la figure n°2.

- 1) Déterminer à partir de cet oscillogramme la fréquence f_1 du mode fondamental. La hauteur (ou fréquence) de ce son correspond-elle à un son grave ou à un son aigu ?
 - 2) En déduire la longueur L du didjéridoo utilisé.
- v. Quelle devrait être la longueur minimale d'un tuyau ouvert aux deux extrémités (type flûte) pour donner une note de même hauteur ?
- b. Avec un second didjéridoo de longueur différente L' , on enregistre un son dont l'oscillogramme est représenté sur la figure n°3
- i. En utilisant l'enregistrement de la figure n°3, déterminer la fréquence f'_1 du mode fondamental.
 - ii. Comparer la longueur L' de ce second instrument à la longueur L du premier.
- c. On remarque sur le spectre en fréquence du son émis par un didjéridoo que l'harmonique de rang 2 est pratiquement inexistant. Le premier harmonique de grande amplitude est celui de rang 3.
- i. Sur un schéma analogue à celui de la figure n°1, représenter les nœuds et les ventres de vibration correspondant à cet harmonique. Exprimer la longueur L en fonction de la longueur d'onde de cet harmonique.
 - ii. Il existe une relation entre la longueur L du didjéridoo et le rang n (nombre impair seulement) de l'harmonique. En utilisant les données et les résultats de la partie **b)**, choisir, parmi les relations suivantes, celle qui convient :

$$(1) L = \frac{n}{2} \cdot \lambda_n \quad (2) L = \frac{n}{4} \cdot \lambda_n \quad (3) L = \frac{n+1}{4} \cdot \lambda_n$$

avec $n = 2k-1$ (k est un nombre entier naturel supérieur ou égal à 1)

Donnée : célérité du son dans l'air : $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

Figure n°2

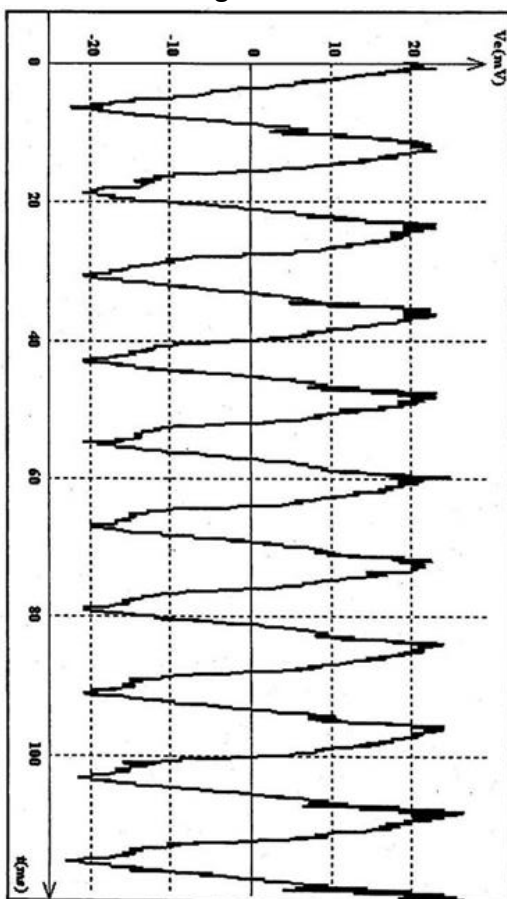
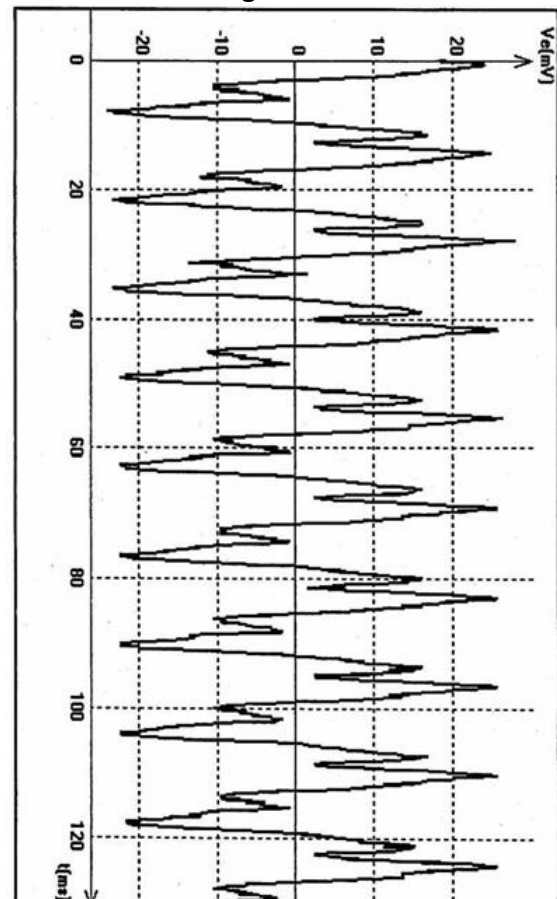


Figure n°3



i. $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$ et $L = \frac{\lambda}{4}$ donc $\lambda = 4 \cdot L$ et $f_1 = \frac{v_{son}}{4 \cdot L}$ <u>AN</u> : $f_1 = \frac{343}{4 \times 72,3 \cdot 10^{-2}} = 119 \text{ Hz}$
ii. Si $f_n = n \cdot f_1$ avec $n = 2k-1$ (k entier naturel non nul correspondant au rang de l'harmonique possible) Harmonique de <u>rang 1</u> : $k = 1$, alors $n = 1$: c'est le fondamental Harmonique de <u>rang 2</u> : $k = 2$ alors $n = 3$ donc $f_3 = 3 \cdot f_1 = 357 \text{ Hz}$ Harmonique de <u>rang 3</u> : $k = 3$ alors $n = 5$ donc $f_5 = 5 \cdot f_1 = 595 \text{ Hz}$ En comparaison avec les tuyaux ouverts aux deux extrémités, on peut dire que les harmoniques de fréquences $f_n = n \cdot f_1$ avec $n =$ entier naturel pair n'existent pas.
iii. $v_1 = k\sqrt{T_1}$ et $v_2 = k\sqrt{T_2}$ donc $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \cdot v_1$ $f'_1 = \frac{v_2}{4 \cdot L} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \cdot \frac{v_1}{4 \cdot L} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \cdot f_1$ <u>AN</u> : $f'_1 = \sqrt{\frac{273+45}{273+20}} \times 119 = 124 \text{ Hz}$
iv. On souhaite obtenir $f_1 = \frac{v_2}{4 \cdot L'} \Leftrightarrow L' = \frac{v_2}{4 \cdot f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \cdot v_1 \cdot \frac{1}{4 \cdot f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \cdot L$ $L' - L = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \cdot L - L = L \cdot \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1 \right)$ <u>AN</u> : $L' - L = 72,3 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\sqrt{\frac{318}{293}} - 1 \right) = 3,02 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,02 \text{ cm}$

Exercice Dijerridoo

a)

i. Ondes longitudinales

ii. La distance entre deux nœuds consécutifs correspond toujours à $\frac{\lambda}{2}$. Ici L correspond à la distance entre un nœud et un ventre soit $\frac{\lambda_1}{4}$ donc $L = \frac{\lambda_1}{4}$. Finalement $\lambda_1 = 4 \cdot L$

iii. $v = \lambda_1 \cdot f_1$ donc $f_1 = \frac{v}{4 \cdot L}$

iv. 1) On détermine pour plus de précision $5 \cdot T_1 = (100 - 40) = 60 \text{ ms}$

Donc $T_1 = 12 \text{ ms}$ et $f_1 = \frac{1}{T_1}$ AN : $f_1 = \frac{1}{12 \cdot 10^{-3}} = 83 \text{ Hz}$

Les sons audibles correspondent au domaine de fréquence $20 \text{ Hz} < f < 20 \text{ kHz}$.

Le son obtenu possède une fréquence faible, c'est un **son grave**.

2) $L = \frac{v}{4 \cdot f_1}$ AN : $L = \frac{340}{4 \times 83} = 1,0 \text{ m}$

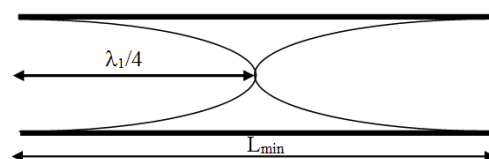
v. D'après l'énoncé, pour un tuyau ouvert aux deux extrémités, une onde stationnaire peut s'établir s'il y a un ventre de vibration à chacune de ses extrémités.

D'autre part, le son possède une même hauteur, ce qui signifie que le son conserve la fréquence $f_1 = 83 \text{ Hz}$.

Il vient $L_{\min} = 2 \cdot \frac{\lambda_1}{4} = \frac{\lambda_1}{2}$ or $v = \lambda \cdot f_1$ donc $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} \lambda = \frac{v}{f_1}$.

Finalement $L_{\min} = \frac{v}{2 \cdot f_1}$ AN : $L_{\min} = \frac{340}{2 \times 83} = 2,0 \text{ m}$

b)



i. On détermine la période T'_1 du son produit par ce second didjéridoo.

On détermine l'échelle de la figure : $100 \text{ ms} = 0,100 \text{ s} \Leftrightarrow 9,2 \text{ cm}$

$$0,011 \text{ s} \Leftrightarrow 1 \text{ cm}$$

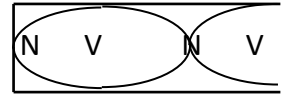
On mesure $8T'_1 \Leftrightarrow 10,2 \text{ cm}$

$$T'_1 = \frac{10,2}{8} \times 0,011 = 0,014 \text{ s}$$

$$f'_1 \approx 71 \text{ Hz}$$

ii. $f'_1 = \frac{v}{4 \cdot L'} \Leftrightarrow L' = \frac{v}{4 \cdot f'_1}$ **AN :** $L' = \frac{340}{4 \times 71} = 1,2 \text{ m}$

$L' > L$ car le son du second didjéridoo est plus grave que le premier.



d)

i. $f_3 = 3 \cdot f_1$ soit $\lambda_3 = \frac{v}{3 \cdot f_1}$, or $v = \text{cte}$ donc $\lambda_3 = \frac{\lambda_1}{3}$ et $L = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{4} = \frac{3 \cdot \lambda_3}{4}$

La longueur d'onde est divisée par 3, donc ce sont 3 demi-fuseaux qui peuvent prendre place dans le didjéridoo.

ii. $L = \frac{n}{4} \cdot \lambda_n$ car pour $n = 1$ ($k = 1$) alors $L = \frac{1}{4} \cdot \lambda_1$ et pour $n = 3$ ($k = 2$) alors $L = \frac{3}{4} \cdot \lambda_3$

III. Diapason

i. Appelant c la correction d'extrémité du tube ; on a alors

$$18,8 + c = \lambda / 4$$

$$56,3 + c = 3\lambda / 4$$

En soustrayant membre à membre ces deux équations, il reste

$$37,5 = \lambda / 2 \Rightarrow \lambda = 75 \text{ cm} = 0,75 \text{ m}$$

$$v = f \cdot \lambda \Rightarrow v = 440 \cdot 0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ii. $(2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \leq 1,00 \Rightarrow (2n_{\text{max}}+1) \cdot \frac{0,75}{4} \leq 1,00 \Rightarrow 2n_{\text{max}}+1=5 \Rightarrow n_{\text{max}}=2$

donc 1 résonance supplémentaire.

iii. $l = n \cdot \frac{\lambda}{2} = n \cdot \frac{V}{2 \cdot f} \Rightarrow f = n \cdot \frac{V}{2 \cdot l} = 1 \cdot \frac{330}{2 \cdot 1,00} = 165 \text{ Hz}$

iv. $\frac{V_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{V_2}{\sqrt{T_2}} \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 330 \cdot \sqrt{\frac{353}{295}} = 361 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

IV. Tube de Kundt

- a) i. Un régime stationnaire d'ondes résulte de la superposition de deux ondes de même fréquence et de même amplitude se propageant en sens opposés.

- ii. On a un ventre du côté haut-parleur et un nœud du côté extrémité fermée du tube. Or la distance entre un ventre et un nœud vaut un nombre impair

$(2n+1)$ de quarts de longueur d'onde $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$:

$$L = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{2n+1} \text{ avec } n = 0, 1, 2, \dots$$

iii. $L = (2n+1) \cdot \frac{\lambda_n}{4} = (2n+1) \cdot \frac{v}{4 \cdot f_n} \Leftrightarrow f_n = (2n+1) \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$

Pour la fréquence fondamentale, $n = 0$ et $f_0 = \frac{v}{4 \cdot L} = \frac{343}{4 \cdot 1,70} = 50,4 \text{ Hz}$

iv. $f_n = (2n+1) \cdot \frac{v}{4 \cdot L} \Rightarrow 252 = (2n+1) \cdot 50,4 \Rightarrow 2n+1 = \frac{252}{50,4} = 5$

L contient 5 fois $\frac{\lambda}{4}$.



- v. La distance entre deux nœuds consécutifs est égale à $\frac{\lambda}{2} = 0,310 \text{ m}$.

$$\lambda = 0,620 \text{ m et } \lambda \cdot f = v_{\text{gaz}} \text{ donc } v_{\text{gaz}} = 0,620 \cdot 430 = 267 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Il s'agit de dioxyde de carbone.

b) i. $y(x, t) = A \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \Rightarrow T = 0,003 \text{ s et } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,003} = 333 \text{ Hz}$

ii. $y(x, t) = A \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \Rightarrow \lambda = 1,00 \text{ m}$

iii. $v = \lambda \cdot f = 1 \cdot 333 = 333 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

iv. $v(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = 0,02 \cdot \frac{2\pi}{0,003} \cdot \cos\left(2\pi\left(\frac{t}{0,003} - x\right)\right)$

$$v_{\text{max}} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-3}} = 41,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$